ဘိုးလှိုင်

ခေးဒေါ့စ်

အမှာ

အင်္ဂလိပ်စကားလုံး Chaos ကို ပရမ်းပတာ ကသောင်းကနင်း အလွန်ရှုပ်ထွေးခြင်း၊ ဖြောင်းတိဖြောင်းဆန် စသည် ဖြင့် သာမန်အနက် ကောက်လို့ ရပါတယ်။ သို့သော် သိပ္ပံအရ ဆိုရင်တော့ Chaos ဆိုတာ ပရမ်းပတာဖြစ်သော်လည်း ထိုပရမ်းပတာထဲမှာ အစီအစဉ်တစ်ခု ရှိနေတတ်တယ်။ စည်းရှိနေတတ်တယ်။ ဒါကြောင့် "ပရမ်းပတာ က သော င်း က န င်း ထဲ မှာ စည်းရှိနေသောသဘော"လို့ အန က်ကောက်ရမှာ တဲ့ ။ Chaos ကို အသံဖလှယ်ပြီးယူလိုက်တာက ပိုကောင်းတယ်လို့ သိပ္ပံဆရာများက ယူဆကြပါတယ်။ ဒေါက်တာစိန်ထွန်းက ကေဩစ်လို့ ဖလှယ်ပါတယ်။ ယခု ဘိုးလှိုင်ကတော့ ခေးအော့စ်လို့ ဖလှယ်ပါတယ်။ ဘိုးလှိုင်သည် လည်း ရူပဗေဒဆရာတစ်ယောက် ဖြစ်ကာ လန်ဒန်တက္ကသိုလ်မှာ ပညာသင်ခဲ့ပါတယ်။ ဒေါက်တာဘွဲ့ ရခဲ့သူဖြစ်ပါတယ်။ အမည်ရင်းမှာ ဦးတင်လှိုင်ဖြစ်ပါတယ်။

ယခု ခေးအော့စ်အကြောင်းကို နာကြားကြရာတွင် "အပွင့်စနစ်များ " (open system) အကြောင်း ဆင်ခြင်ကြရန်ဖြစ်ပါတယ်။ လောကသဘာဝမှာ "အပိတ်စနစ်" (closed system) တနည်းနည်း အပွင့်စနစ်များ သာဖြစ်ကြောင်း ဆင်ခြင်ခြင်းအားဖြင့် သဘာဝနှင့် သဟ္ဗာယဖြစ်ဖို့ ရည်ရွယ်ကြောင်းပါ။

*****

အခန်း(၁)
သရက်သီး၊ မရမ်းသီး၊ ပုရစ်ကျော်နဲ့ ငါးမွေးကန်

ဒီနှစ် သရက်သီးပေါ်မယ်

အတွေ့အကြုံအရ အချို့နှစ်တွေမှာ သရက်သီးလှိုင်လှိုင်ပေါ်တယ်။ တ ချို့ နှ စ် တွေ မှာ တော့ သရက်သီးအထွက်နည်းတတ်တယ်။ သတိပြုမိသလောက် ၂၀၀၀ ပြည့်နှစ်မှာ သရက်သီး အလွန်သီး တယ်။ ၂၀၀၁ခုမှာ တော့ သရက်ပင်တွေ အသီးအလွန်လျော့သွားတယ်။

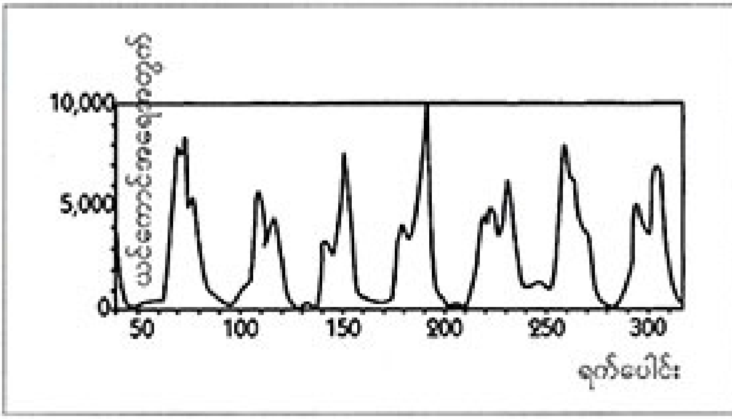
မရမ်းပင်လည်း ဒီအတိုင်းပဲ၊ သီးအားကောင်းတဲ့ နှစ်ပြီးရင် သီးအားကျတာပဲ။

မန္တလေးက ပုရစ်ကျော်

မ န္တ လေး မှာ ပုရစ်ကျော်က အစားကောင်းတစ်မျိုး၊ သီတင်းကျွတ်ခါနီးရင် ပုရစ်ပေါ်ပြီ။ ပုရစ်ကလည်း သရက်၊ မရမ်းတို့ နဲ့ ဘယ်လိုပတ်သက်သလဲမသိ။ တချို့နှစ်တွေမှာ ထူးထူးခြားခြားကို ပေါ်တယ်။ တချို့နှစ်တွေကျတော့လည်း ပုရစ်က ရှားပါးသွားတတ်တယ်။

သက်ရှိကောင်ရေ(Population)

လူ ဆိုရင်တော့ လူဦးရေကို Population လို့ ပဲ အင်္ဂလိပ်လိုသုံးတယ်။ လူဦးရေစာရင်း ဇယားကိုတော့ သန်းခေါင်စာရင်းလို့ သုံးနှုန်းတယ်။ တခြားသက်ရှိသတ္တဝါတွေရဲ့ ကောင်ရေကိုလည်း Population လို့ သုံးနှုန်းပါတယ်။ သတ္တဝါတွေရဲ့ ကောင်ရေကို အားအားယားယားစာရင်းကောက် မှတ်တမ်းတင်တယ်ဆိုတာ အလွန်တွေ့ရခဲပါတယ်။ ဒါပေမဲ့ အဲဒါကိုပဲ အလုပ်တစ်ခုအဖြစ် စူးစူးစမ်းစမ်း နှိုက်နှိုက်ချွတ်ချွတ်လေ့လာတဲ့ ပညာရှင်နည်းနည်းပါးပါးရှိတယ်။ အဲဒီထဲက သြစတြေးလျနိုင်ငံသား နစ်ကိုဆင်(Nicholson)ဆိုသူက ၁၉၅ဝ လွန်ကာလမှာ blowfly ခေါ်တဲ့ ယင်ကောင်တစ်မျိုးပေါက်ဖွားပုံကို သေသေချာချာလေ့လာမှတ်တမ်းတင်ခဲ့တယ်။ တွေ့ရှိချက်က သရက်သီး၊ မရမ်းသီး၊ ပုရစ် စတာတွေနဲ့ ဆင်ဆင်တူနေတယ်။ နစ်ကိုဆင်ရဲ့ တွေ့ရှိချက်က စနစ်တကျမွေးထားတဲ့ blowfly ယင်ကောင်ဦးရေကို နေ့စဉ်မှတ်ထားကြည့်တော့ ပုံ(၁)ဂရပ်မှာ ပြထားတဲ့ အတိုင်း အတက်အကျဖြစ်နေတာတွေ့ရတယ်။



ပုံ (၁) နစ်ကိုဆင်မွေးမြူသော Blowfly ယင်ကောင်အရေအတွက် ရက်အလိုက်ပြောင်းလဲပုံ

သက်ရှိတိုးနှုန်း

သက်ရှိသတ္တဝါဆိုတာ မွေးထားရင် ကောင်ရေတိုးပွားတတ်ပါတယ်။ တိုးပွားတယ် ပြောင်းလဲတယ်ဆိုရင် ပညာရှင်တွေက ရာနှုန်းနဲ့ ပြောလေ့ရှိတယ်။ ဒီနှစ် ၁၀၀ ရှိပြီး နောက်နှစ် ၁၁၅ ဖြစ်လာရင် ဒါကို ၁၅ရာနှုန်းတိုးတယ်ပေါ့။ ငွေတိုးနှုန်းနဲ့ အတူတူပဲ။ ဒါပေမဲ့ သက်ရှိတွေ တိုးပွားတယ် ဆိုတာက ဘဏ်မှာ သတ်မှတ်ဘဏ်တိုးနှုန်းနဲ့ ငွေစုလို့ ငွေတိုးလာသလို မဟုတ်ဘူး ။ ပြောရလွယ်အောင် နမူနာအဖြစ် မွေးမြူရေးလုပ်ငန်းတစ်ခုကို စဉ်းစားကြမယ်။

အတိုးမြန် ငါးတစ်မျိုးရဲ့ ကောင်ရေ

လွယ်အောင်လို့ ပေးတဲ့ ဥပမာပါ။ တကယ့်ဖြစ်ရပ်တော့ မဟုတ်ဘူး ။ ရေကန်တစ်ကန်မှာ ငါးတွေမွေးမယ်။ ငါးတွေက တစ်လမှာ ၁၀ရာနှုန်း ကောင်ရေတိုးမယ်ဆိုပါစို့။ ပထမလမှာ အကောင် ၁၀၀၊ နောက်လ ၁၁၀၊ နောက်လမှာ (၁၂၀ မဟုတ်ဘူး) ၁၁၀ပေါ်မှာ ၁၀ရာနှုန်းတိုးတာမို့ ၁၁ကောင်တိုးလို့ ၁၂၁ကောင်ဖြစ်မယ်။

ယေဘုယျကျကျ သင်္ချာပုံစံလေးနဲ့ ကြည့်ရင်တော့ ပထမလမှာ အကောင်ပေါင်း N_1 ဆိုပါစို့။ ဒုတိယလမှာ ကောင်ရေက $\frac{110}{100}N_1$ ဖြစ်လာမယ်။ အဲဒါကို N_2 လို့မှတ်ရင် $N_2 = \frac{110}{100}N_1$ ဖြစ်မယ်။ အဲဒီလိုပဲ တတိယလကောင်ရေက N_2 ပေါ်မူတည်တိုးမှာဆိုတော့ $N_3 = \frac{110}{100}N_2$ လို့ ရေးနိုင်မယ်။ ပြန်ပြီးရေးမယ်ဆိုရင်

$$N_2 = \frac{110}{100}N_1$$

$$N_3 = \frac{110}{100}N_2$$

$$N_4 = \frac{110}{100}N_3$$

$$\vdots$$

$$N_{n+1} = \frac{110}{100}N_n$$

နောက်ဆုံးညီမျှခြင်းက ယေဘုယျပုံစံပါ။ N ရဲ့ အောက်ခြေမှာမှတ်တဲ့ n က 1, 2, 3... စသည်ကို ကိုယ်စားပြုတယ်။ ဥပမာ ၁၀ လမြောက်မှာ n = 10 ဖြစ်လို့ အဲဒီလ ကောင်ရေက N_{10} ဖြစ်ပြီး n +1=11 ဖြစ်လို့ N_{n+1} က ဆယ့်တလမြောက်ကောင်ရေ N_{11} ဖြစ်တယ်။

$\frac{110}{100}$ $\frac{115}{100}$

၁၀ ရာနှုန်းတိုးလို့ မြှောက်တဲ့ကိန်းက ဖြစ်နေတာ။ ၁၅ ရာနှုန်းဆိုရင် ဖြစ်မယ်။ ယေဘုယျကိစ္စအတွက်တော့ မြှောက်တဲ့ကိန်းကို k လို့ပဲမှတ်ရင် ငါးကောင်ရေတွက်တဲ့ ဖော်မြူလာက $N_{n+1} = kN_n$ ... (ညီမျှခြင်း - ၁) လို့ ယေဘုယျကျကျရေးနိုင်တယ်။ ဒီမှာ k က တိုးတဲ့ရာနှုန်းနဲ့ဆက်စပ်တဲ့ ကိန်းသေဖြစ်တယ်။

$\frac{120}{100}$

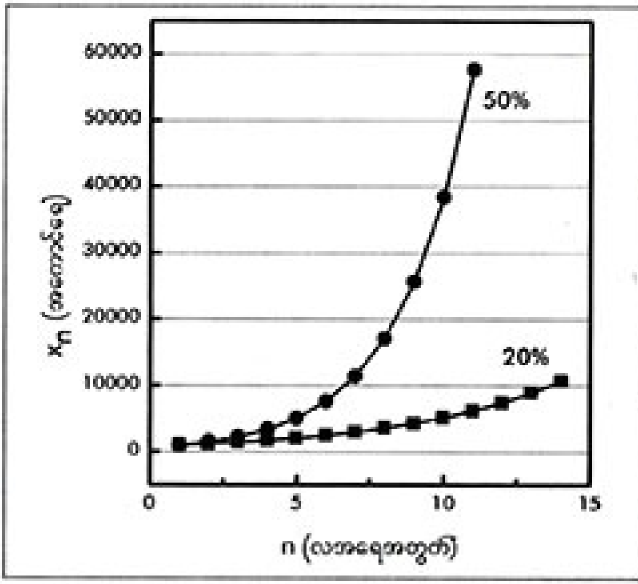
တလ ၂၀ ရာနှုန်းသာတိုးရင်

၂၀ ရာနှုန်းတိုးရင် မြှောက်ရမယ့်ကိန်းက k = = 1.2 ဖြစ်တယ်။

ကဲ . . ကန်ထဲမှာ ငါးအကောင် 1000 ထည့်မွေးရအောင်။ N_1=1000; N_2=1200; N_3=1440 စသည်ဖြင့် တွက်သွားရင် N_{40} = 1,469,772 (တသန်းလေးသိန်းကျော်) ဖြစ်သွားတယ်။

တလ ၅၀ ရာနှုန်းတိုးရင်

၅၀ ရာနှုန်းအတွက်တော့ k = 1.5 ဖြစ်လာတယ်။ ပထမလ N_1=1000; အဲဒါ 1.5 နဲ့ မြှောက်၊ နောက်လ N_2=1500; အဲဒါ ထပ်ပြီး 1.5 နဲ့မြှောက် N_3=2250; . . ဆက်တွက်သွားပါ။ မကြာဘူး လ - ၂၀ မှာ အကောင် ၃ သန်းကျော်သွားတာ တွေ့မယ်။



ပုံ (၂) ကန့်သတ်မဲ့အတိုးနှုန်းနှင့်ပေါက်ပွားသည့် ငါးကောင်ရေပြ ဂရပ်။ ၅၀ ရာခိုင်နှုန်းနဲ့တိုးတဲ့အခါ လပေါင်း ၂၀ မှာ ၃ သန်း ကျော်ပြီ။ ၂၀ ရာခိုင်နှုန်းနဲ့တိုးရင် လ ၄၀ မှာ ၁ သန်းခွဲဖြစ်မယ်။

လက်တွေ့မှာ ဒီလိုမဖြစ်ဘူး

တကယ့်လက်တွေ့မှာ ဘယ်ဒီလိုဖြစ်ပ့ါမလဲ။ ဒီအဖြစ်မျိုးကို ကောင်ရေပေါက်ကွဲမှု (population explosion) လို့ ခေါ်တယ်။ ဒီလိုမဖြစ်အောင် သဘာဝတရားက အထိန်းအချုပ်တွေ ထားပေးတယ်။ ဘာတွေများ လဲ။

ကောင်ရေသိပ်များ ရင် ရေထဲမှာ အသက်ရှူစရာအောက်ဆီဂျင်သိပ်နည်းသွားမယ်။ ငါးတွေ မွမ်းကျပ်သေမယ်၊ အသေအပျောက်ထည့်တွက်ရမယ်။

ငါးတွေများ လာရင် တစ်ကောင်နဲ့ တစ်ကောင်အထိအတွေ့များ လို့ ပဋိပက္ခများ လာမယ်၊ အချင်းချင်းကိုက်ကြစားကြတော့မယ်။ အစာရေစာကလည်း အကန့်အသတ်ရှိလာမယ်။ ရောဂါ ဝင် လာပြီး ကူးစက်မယ့် အန္တရာယ်လည်း ရှိနေတယ်။ အဟန့်အတား မရှိရင် တော့ ငါးတွေ ကပ်ဆိုက်မှာ ပဲ။

သက်ရှိကောင်ရေ ဒိုင်းနမစ်

(Population Dynamics)

သက်ရှိကောင်ရေက အချိန်နဲ့ လိုက်ပြောင်းနေတယ်။ Dynamics Variable ဖြစ်တယ်။ ဒီအရေအတွက် ပြောင်းလဲပုံပြောင်းလဲနည်းကို ဇီဝပညာရှင်တွေလည်း လေ့လာကြတယ်။ တချို့ သင်္ချာပညာရှင်တွေလည်း စိတ်ဝင်စားကြတယ်။

အဲဒီထဲက ရူပဗေဒပညာရှင်တဖြစ်လဲ ရောဘတ်မေ(Robert May) ဆိုတဲ့ ဇီဝသိပ္ပံလိုက်စားသူ ဟာ ထင်ရှားကျော်စောတဲ့ ပုဂ္ဂိုလ်ပါ။ လော လော ဆ ယ် မှာ သူက လန်ဒန်တက္ကသိုလ်မှာ ပါမောက္ခ ဖြစ်ပါတယ်။

ရောဘတ်မေ စဉ်းစားပုံကဒီလိုပါ။

ငါးကောင်ရေက တဆက်တည်း အတိုးချည်းမဖြစ်နိုင်တော့ N_n ကို တလကြာတခါ k နဲ့မြှောက် လုပ်နေလို့မဖြစ်ဘူး။ အကောင်များလာတဲ့အခါ နောက်တလတော့ k နဲ့ မြှောက်သလောက် တိုးလို့မဖြစ်ဘူး။ အဲဒီထဲက လျှော့ချတဲ့အပိုင်းတခု ညီမျှခြင်းမှာပါရလိမ့်မယ်။ ကောင်ရေ N_n များလေ လျှော့ချတဲ့အပိုင်းက အင်အား ကြီးမားလေဖြစ်ရမယ်။ မေ စဉ်းစားတာက

$\left(1 - \frac{N_n}{N_e}\right)$ နဲ့ မြှောက်ရင် ကောင်းမယ်ပေါ့။ ဘာလို့တုန်းဆိုတော့ အဲဒီထဲမှာ N_e က သတ်မှတ်ကိန်းတခုဖြစ်ရင် N_n များလေလေ $\left(1 - \frac{N_n}{N_e}\right)$ က သေးလေလေဖြစ်လို့ သူနဲ့သာမြှောက်ရင် ကောင်ရေဟာ လျော့သွားမယ်။

ရောဘတ်မေရဲ့ ညီမျှခြင်းက

$N_{n+1} = kN_n (1 - \frac{N_n}{N_e})$ ... (ညီမျှခြင်း - ၂) ပုံစံဖြစ်လာတယ်။

ကဲ . . ရောဘတ်မေရဲ့ဖော်မြူလာနဲ့ ငါးကောင်ရေမွေးကြည့်ကြရအောင်။ ဘယ်လိုတွေဖြစ်မလဲ။

(၁) ကောင်ရေ 1000 ပဲ စပြီးမွေးမယ်။ ၂၀ ရာနှုန်းတိုးတယ်။ $k = 1.2$ ထားမယ်။ N_e ကိုတော့ 10,000 (တသောင်း) ထားမယ်။ $N_e = 10,000$ ပေါ့။ တွက်လိုက်ရင်

$N_1 = 1000$

$N_2 = 1.2 \times 10,000 \times (1 - \frac{1000}{10000}) = 1080$

ဒါဒီ N_2 သုံးပြီး N_3 တွက်။ N_3 ရရင် N_4 တွက်။ ဒီအတိုင်းတွက်သွားရင် ရမယ့်ကောင်ရေတွေက

1000 (ပထမလ) ; 1080; 1156; 1227; 1292; 1350 (ဆဌမလ); 1401 (သတ္တမလ); 1446; 1484; 1516; 1543; 1566 (၁၂ လမြောက်); ခေသည်ဖြင့် 1648 (၁၉ လ); 1652 (လ ၂၀)

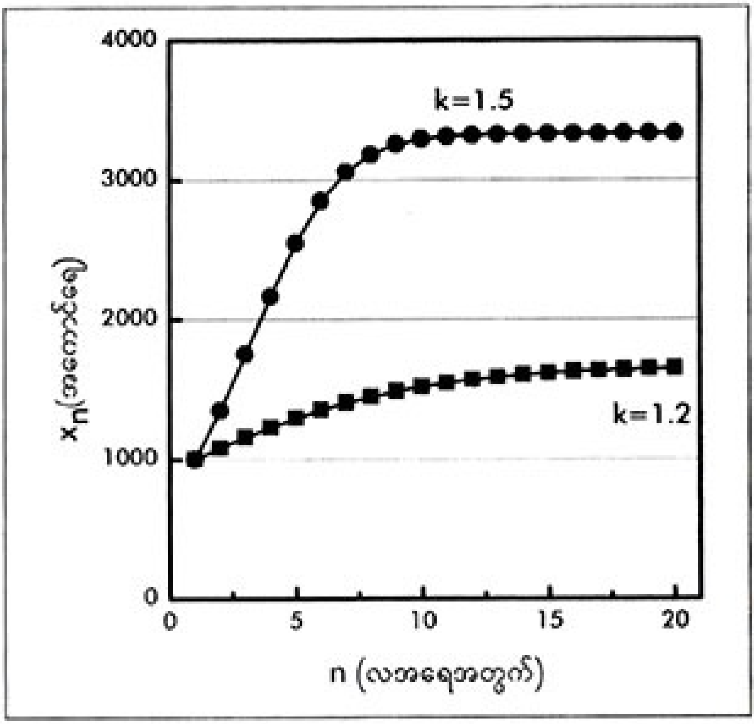
တွက်ရလွယ်အောင် ညီမျှခြင်းကို

$N_{n+1} = -(\frac{N_n}{10000} - 1) N_n \times 1.2$ လို့ ပြင်ရေးပါ။ Calculator မှ 1000 နှိပ်ပါ။ ပြီးရင် ÷ 10000 = −1 = × 1000 = × 1.2 = − နှိပ်သွားပါ။ အဖြေ 1080 ရမယ်။ အဲဒါ N_1။ ပြီးရင် အဲဒီ 1080 မဖျက်ဘဲ ÷ 10000 = − 1 =×1080 = × 1.2 = − ထပ်နှိပ်၊ အဖြေ 1156 မဖျက်နဲ့၊ အဲဒီအတိုင်းထပ်နှိပ်သွားရင် အဖြေတခုပြီးတခု ရရော။

ကြည့်စမ်း . . အစပိုင်းမှာတိုးသလို နောက်ပိုင်းမှာ မတိုးလာတော့ဘူး။ ဂဏန်းတွေကြည့်ရတာ 1700 ကျော်မယ့်ပုံမရှိဘူး။ (ပုံ (၃) ဂရပ်ကြည့်ပါ။)

ဒီ ငါးမွေးကန်ဟာ အများဆုံး ကောင်ရေ 1700 ပဲဆန့်တယ်။ ငါးကောင်ရေ 1700 မှာတည်ငြိမ်သွားတယ်။

တကယ်မှာ 1700 ကို မရောက်ဘူး။ ကောင်ရေက 1700 ရောက်ဖို့ ချဉ်းကပ်တာ။ 1700 ကို တည်ငြိမ်ကောင်ရေ (equilibrium or steady population) ခေါ်တယ်။



ပုံ (၃) ထိမ်းကွပ်ထားတဲ့တိုးနှုန်းနဲ့ ပွားလာမည့်ငါးကောင်ရေ
(ညီမျှခြင်း- ၂ အရ)

ဆုတ်ကပ်နဲ့ မျိုးပြုတ်ကိန်း
(Extinction)

အလျဉ်းသင့်လို့ $k = 0.9$ ကို စဉ်းစားချေင်တယ်။ သူနဲ့တွက်ရင် N_1=1000; N_2=900; နောက် 737; 614; 518;

ငါးကောင်ရေ မတိုးလာဘူး။ လျော့ကျသွားတယ်။ တဖြေးဖြေးနဲ့ ငါးတွေပျောက်ကွယ်သွား မယ့် အဖြစ်မျိုး။ ဒါမျိုးက k တန်ဖိုး 1 ထက်လျော့ရင် ဖြစ်မှာ ပဲ။ k က 1 ထက်နည်းရင် ကောင်ရေ မတိုးဘူး။ ဆုပ်ကပ်လာတယ်။ k က 1 ထက်ကြီးရင်တော့ ကောင်ရေများ ပါတယ်။

တိုးနှုန်း k များ ရင် ဘာဖြစ်လာမလဲ

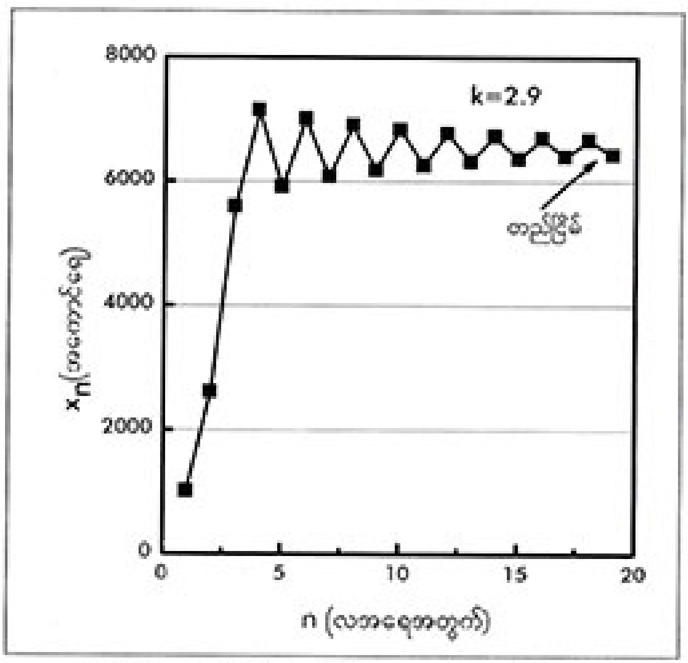
K ကိုပြောင်းပြောင်းကြည့်တော့ တော်တော်ထူးဆန်းတာတွေ့ရတယ်။ ဂဏန်းတွက်စက် (Calculator) သုံးရင် တွက်ရတာ ဘာမှ မခက်ဘူးလေ။ k= 1.5, k=2.0 . . . စသည် ဖြင့် တွက်ကြည့် စမ်းပါ။ ဒီမှာ တော့ တွေ့ရမယ့်အဖြေတွေပဲ သုံးသပ်ဆွေးနွေးသွားတော့မယ်။ အချက်(၁) k=1.5 မှာ ကောင်ရေတွေက

1000;1350;1752;2168;2547;2847;3055;3183;3255;3293;3313;3323; စသည် ဖြင့် ဆက်တွက်သွားရင် 3333 မကျော်ဘူး။ ဂရပ်ဆွဲကြည့်ရင်လည်း k=1.2 ထက် ကောင်ရေမြင့်လာတာကလွဲရင် သိပ်အကြောင်းမထူးဘူး။ တည်ငြိမ်မယ့်ကောင်ရေကတော့ 3333 ဖြစ်လာတယ်။ (ပုံ(၃) အပေါ်ဂရပ်ကြည့်ပါ)

K=2.9 မှာ အတော်ထူးခြားလာတယ်

တွက်ကြည့်လေ။ K=2.9 နဲ့ ရမယ့်အကောင်ရေတွေက 1000;2610;5593;7147;5913; 7008;6079;6912;6189;6840;6268;6783; စသည် ဖြစ်လာတယ်။ ဂရပ်ဆွဲကြည့်ရင် ပုံ(၄)အတိုင်း ရတယ်။

ဒီ မှာ ထူးလာတာက ငါးကောင်ရေဟာ တသမတ်တည်း တိုးမလာဘူး။ အစပိုင်း လအနည်းငယ်မှာ တိုးလာတယ်။ စတုတ္ထလမှာ 7147 ရှိပြီး ပဉ္စမလမှာ တော့ 5913 ကို ဆင်းသွား တယ်။ ဆက်ပြီးလည်း တိုးလာလိုက်၊ နောက်လမှာ ပြန်ကျလိုက်နဲ့ ၊ ဒါပေမဲ့ အပြောင်းအလဲက တဖြေးဖြေးငယ်ငယ်လာတယ်။ ကောင်ရေ 6600 လောက်မှာ တည်ငြိမ်သွားတယ်။



ပုံ (၄) k = 2.9 ဖြစ်တဲ့အခါ ငါးကောင်ရေ တိုးလျော့ တလှည့်စီဖြစ်ပြီး တည်ငြိမ်မှတ်ကိုရောက်သွားပုံ

အချက်(၂) K=2.9 မှာ ကောင်ရေကအတက်အကျတစ်လှည့်စီဖြစ်ပြီး

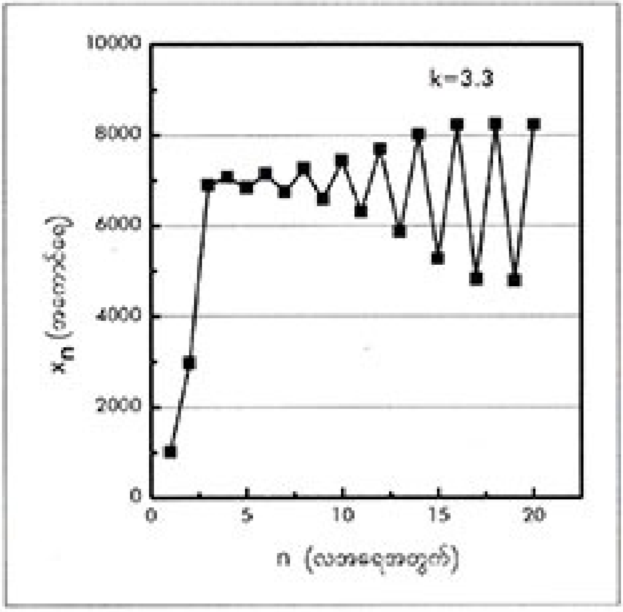
တည်ငြိမ်အခြေကို ချဉ်းကပ်သွားတယ်။

အချက်(၃) တည်ငြိမ်အခြေကို ချဉ်းကပ်ပုံ ၂မျိုးတွေ့ရတယ်။ K=1.5 မှာ ကောင်ရေက တည်ငြိမ်အခြေကို တဘက်သတ် (အတိုးချည်းသက်သက်နဲ့) ချဉ်းကပ်တယ်။

K=2.9 မှာ တော့ တစ်ခုတည်းသောတည်ငြိမ်အခြေကို အတိုးတလှည့် အလျော့တခါနဲ့ နှစ်ဘက်ချဉ်းကပ်တယ်။

တည်ငြိမ်မှုအလားအလာ

K=3.3 နဲ့ စမ်းကြည့်ပါ။ ငါးကောင်ရေတွေက 1000;2970;6890;7071;6835;7139; 6739;7252;6265;7431;6298;7694 စသည် ဖြစ်ပြီး ဂရပ်ကတော့ ပုံ(၅)အတိုင်းတွေ့ရမယ်။



ပုံ (၅) k = 3.3 မှာတော့ တည်ငြိမ်မှတ်တခုတည်းမဟုတ်ဘဲ တက်ကျတလှည့်စီဆက်သွားပုံ။ တလတက် တလဆင်းဖြစ်လို့ period 2 ဖြစ်တယ်။

အချက်(၄) ဒီပုံမှာ တည်ငြိမ်အခြေမပီပြင်ဘူး။ ဂရပ်က ၂ကိုင်းကွဲသွားတယ်။ တည်ငြိမ်အခြေ ၂ခုများ လား။ ကောင်ရေကလည်း အပေါ်တက်အောက်ဆင်း တစ်လှည့်စီ။ တည်ငြိမ်မှုလည်း အလားအလာမမြင်ရဘူး။

ဘုရားကယ်တော်မူပါ

K=4 မှာ တော့ ဘာတွေဖြစ်သလဲပြောဖို့ ခက်ကုန်ပြီ။ တစ်မျိုးကြီးမှ

တစ်မျိုး၊ တွက်ကြည့်လေ။ ကောင်ရေတွေက

1000;3600;9216;2890;8219;5855;9707;1137;4030;9622;1453;4968; စသည် ဖြင့်။

ကြည့်လေ . . . ၁၃ လမြောက်မှာ ကောင်ရေ 9999 ရှိနေရာက နောက်လ ၁၄လမှာ ၂ကောင်ပဲ ကျန်တော့တယ်။ ငါးတွေကပ်ဆိုက်ပြီ။ ဒုက္ခပဲ။

ဒါတွင် မကဘူး။ ဂရပ်ဆွဲကြည့်တော့ ပုံ(၆)မှာ မြင်တဲ့ အတိုင်းအရင် ဂရပ်တွေနဲ့ ဘာမှ မတူလာဘူး။ ကောင်ရေပြအမှတ်(ပွိုင့်)တွေပြန့်ကျဲနေတယ်။ အတက်အကျလည်း ပုံမှန်ဘာမှ မရှိတော့ဘူး။ တိုးနေရာက ဖြုန်းခနဲ ပြုတ်ကျတယ်။

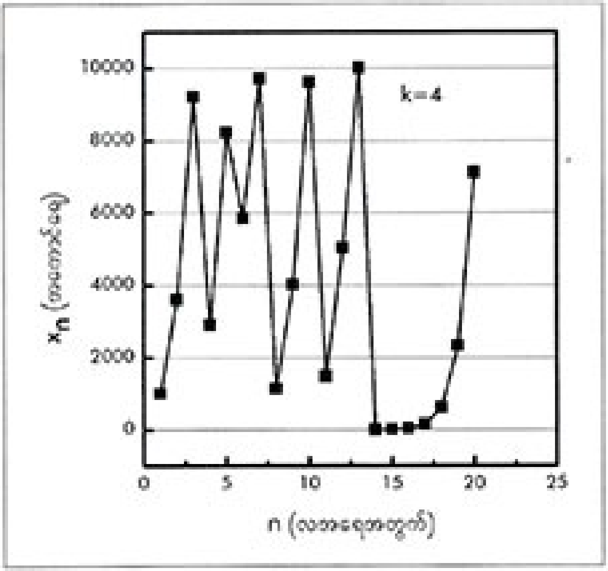
တည်ငြိမ် အကောင်ရေရယ်လို့ လည်း အရိပ်အယောင်မျှမမြင်ရဘူး။

အချက်(၅) K=4 မှာ တွေ့ရတဲ့ ထူးခြားချက်ကို အင်္ဂလိပ်ပညာရပ်ဝေါဟာရက Chaos ခေးအော့စ်လို့ ခေါ်တယ်။

ခေးအော့စ် မဝင်မီနဲ့ ဝင်ပြီးနောက်

အခုကြည့်နေကြတာ သင်္ချာညီမျှခြင်းတစ်ခုတည်းပဲ။ သူ့ထဲမှာ ပါတဲ့ အထိန်းအကွပ်ကတော့ ကိန်းသေ k ပါပဲ။ သူ့ကို ထိန်းညှိကိန်း(parameter)လို့ ခေါ်တယ်။

ထိန်းညှိကိန်း k ၁ ထက်ကြီးသော်လည်း နည်းနည်းသာပိုတဲ့ အခါမှာ တည်ငြိမ်အခြေတွေ ဖြစ်ပေါ်တယ်။ k ကို ပြောင်းပေးရုံလေးနဲ့ အခြေအနေထူးထူးလာတာပဲ။ k=3.3 မှာ ထူးလာတယ်။ k=4 မှာ ထူးလာတယ်။



ပုံ (၆) k = 4 ဖြစ်လျှင် ငါးကောင်ရေ အတက်အကျ ပုံမှန်မရှိပုံ။ ၁၃ လအကြာမှာ ကောင်ရေ ၉၉၉၉ ရှိနေရာက နောက်တလမှာ ၂ ကောင်သာကျန်ရှိတော့ ရောဂါနဲ့ရတာပဲလား ဒုက္ခကြွနဲ့ရတာပဲလား ငြိမ်းစားမွယ်ဖြစ်လား။ (ခေးအော့စ်အစ)

ဘိုးဘိုးအောင် ကယ်တော်မူပါ

ဘိုးဘိုးအောင်တန်ခိုးနဲ့ နှစ်ဆတိုးတယ်ဆိုတဲ့ မြန်မာ့ဆိုရိုးရှိတယ်။ အခုပြောနေတဲ့ ခေးအော့စ် မဖြစ်လာခင်မှာ အတိတ်နိမိတ်တွေ ထင်ရှားပြတယ်။ ဘိုးဘိုးအောင် တန်ခိုးပြတာ အထင်အရှားကြီး တွေ့ရတယ်။ ဘယ်လိုပြသလဲဆိုတော့ . . .

ပြန်ကျော့ချိန် ၁ဆ တိုးခြင်း(Period Doubling)

(က) k=3 အထိ ဘာမှ မထူးခြားပါဘူး။ တည်ငြိမ်တဲ့ အခြေကို ချဉ်းကပ်သွားတာပဲ တဆက်တည်း တွေ့လာတယ်။

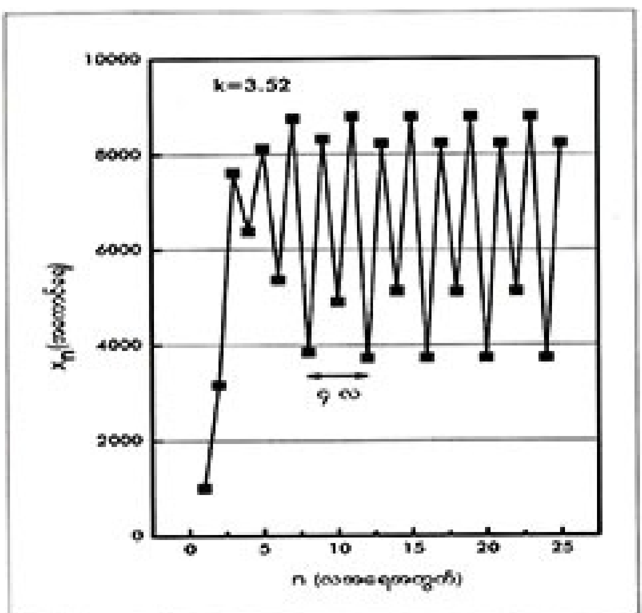
(ခ) k=3.3 မှာတော့ ငါးကောင်ရေ တစ်လမှာ ထောင်တက်လာလိုက်။ နောက်လမှာ ထိုးဆင်း သွားလိုက်။ ရှေ့ကဂဏန်းတွေနဲ့ ဂရပ်ပုံကို သေသေချာချာ ပြန်ကြည့်လေ။

၂လမှာ တစ်ကြိမ်တက်တယ်။ ၂လမှာ တစ်ကြိမ်ထိုးဆင်းတယ်။ ဒီလို ၂လတစ်ခါ တက်ကျ အချိန်မှန်(period) ဖြစ်နေတာ။ ပြန်ပြန်ပြီး ကျော့နေတာ။ ထပ်ကျော့ဖို့ ကြာတဲ့ အချိန်ကာလက (အခု စဉ်းစားနေတဲ့ ငါးအတွက်) နှစ်လကြာတယ်။

ဘိုးဘိုးအောင်ကြောင့် လို့ ပြောရတာက ဒီအချိန်မှန်ကိစ္စ မဟုတ်ဘူး ။

k=3.5 မှာ တွေ့ရတာက ထူးခြားလွန်းလို့ ပြောရတာ။ k=3.5 အတွက် ငါးကောင်ရေ ကိန်းဂဏန်းတွေကို တွက်ပြီး ၄လ တစ်တွဲ ပြပါမယ်။

1000;	3168;	7619;	6387; (စတုတ္ထလ)
8124;	5366;	8753;	3840;
8326;	4906;	8796;	3727;
8230;	5127;	8794;	3734;
8236;	5113;	8795;	3723;
8231;	5124;	8794;	3734; (၂၄ လမြောက်)
↑	↑	↑	↑
8200 နီးပါး ဂဏန်းတွေ	5000 နီးပါး ဂဏန်းတွေ	8700 နီးပါး ဂဏန်းတွေ	3700 နီးပါး ဂဏန်းတွေ

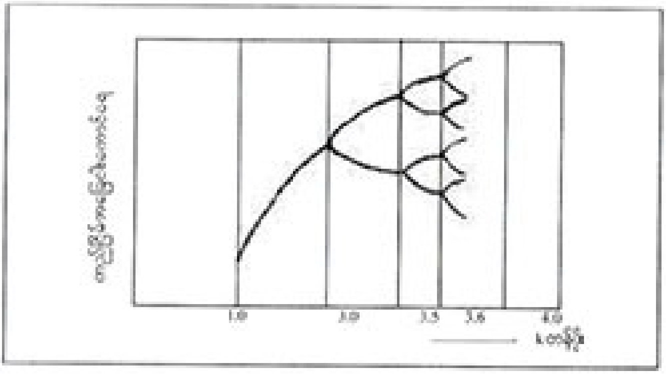


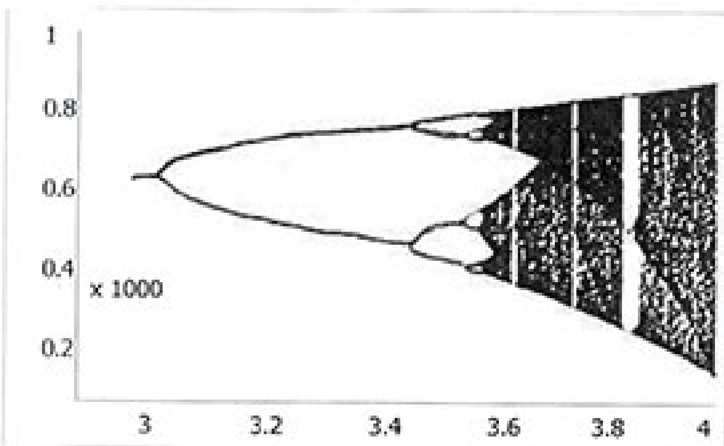
ပုံ (၇) k = 3.52 မှာ ခေးအော့စ်မဝင်သေး။ ငါးကောင်ရေက ၄ လတခါ အတက်အကျ အချိန်မှန်နေတယ်။ Period 4 ဖြစ်တဲ့ ဂရပ်ဖြစ်တယ်။

သေသေချာချာကြည့်ပါ။ လစဉ် ငါးကောင်ရေဂဏန်းတွေက အုပ်စု ၄စုနဲ့ ။ (စောစောက k= 3.3 မှာ ၂စုပဲ ထင်ရှားတယ်။)

၄ လ မှာ တစ်ကြိမ် 3700 ကျော်ကျော်မှာ ပြန်ပြန်ကျော့တယ်။ ၄လတစ်ကြိမ် 8700 ကျော်ကျော်မှာ ပြန်ပြန်ကျော့တယ်။ အတိုးအလျှော့ဖြစ်တဲ့ ချိန်မှန်ကာလ (period) က ၄လ ဖြစ်လာတယ်။ period 4 လို့ ခေါ်တယ်။

k=3.3 မှာ တုန်းက ချိန်မှန်ကာလက ၂လ နော်။ အခု k=3.52 မှာ တော့ ချိန်မှန်ကာလက ၄လ ဖြစ်လာတယ်။ ချိန်မှန်ကာလ (period) ၂ဆတိုး (double) လာတယ်။ ဒါကို ဘိုးဘိုးအောင်ကြောင့် လို့ ဆိုလိုတာပါ။





ပုံ (၈) k နှင့်လိုက်ပြီး တည်ငြိမ်ငါးကောင်ရေပြောင်းလဲပုံ။
k = 1 အထိ တည်ငြိမ်ကောင်ရေသုည။ k = 3 အထိ တည်ငြိမ်
ကောင်ရေ တက်လာတယ်။ k = 3 အလွန်မှာ နှစ်ကိုင်းကွဲပြီး
k = 3.5 မှာ ထပ်ပြီး နှစ်ကိုင်းကွဲနှင့် ထပ်ခါထပ်ခါနှစ်ကိုင်းကွဲ
(doubling) ဖြစ်နေပုံ။ k = 4 မှာ ခေးအောစ် စတင်ပြီ။

ထူးဆန်းတာတွေ အများကြီးရှိသေးတယ်

ဒီအတိုင်း kကို တိုးတိုးပေးရင် ကျော့ချိန်ကာလ ၈လ (period 8) နဲ့ နောက် k ကို ဆက်တိုးရင် ကျော့ချိန်ကာလ ၁၆လ (period 16) တွေလည်း ဖြစ်သေးတယ်။ ကျော့တဲ့ ချိန်မှန်ကာလက ၂ဆ တိုးတိုးလာတယ်။ ဒီလို တိုးရင်းတိုးရင်းနဲ့ k=4 လည်း ရောက်ပါလေရော ချိန်မှန်တိုးတာတို့ ၊ တည်ငြိမ်အရေအတွက်တို့ ဘယ်ရောက်ကုန်တယ် မသိရတော့ဘူး။ ခေးအော့စ် ဝင်လာတော့တယ်။ ဒါကို သဘောပေါက်ဖို့ ပုံ(၈)မှာ အကြမ်းရာပြထားပါတယ်။

ပုံ(၈) မှာ ပြထားတဲ့ ပထမပိုင်းမှာ ကပ်ဆိုက်တယ် (extinction)။ ဒါက k=1 အထိ။ k=1 ကျော်လာတော့ တည်ငြိမ်အခြေကိုပေးတယ်။ အဲဒါ k=3 အထိပဲ။ k=3 အလွန်မှာ တော့ တည်ငြိမ်အခြေ ၂ပိုင်းကွဲသွားတယ်။ ဒီလိုဖြစ်လာတာကို ဘိုင်ဖာကေးရှင်း (bi-furcation) လို့ ခေါ်တယ်။ bi-furcation ကို မြန်မာလို "၂သွယ်ဖွင့်"လို့ ပြန်လိုက်ကြစို့။

ပြန်ကျော့ချိန်မှန် 2 မှာ ၂သွယ်ဖွင့် ဖြစ်တယ်။

ပြန်ကျော့ချိန်မှန် 4 မှာ ၂သွယ်ဖွင့်ထပ်ဖြစ်လို့ ၄သွယ်ပေါ်တယ်။ ဒီအတိုင်း ၂သွယ် × ၂သွယ် × ၂သွယ် . . . ဖြစ်လိုက်တာ k=4 လည်း ရောက်ပါလေရော Chaos တဲ့ ။

***